**CEFET/RJ - Engenharia - Cálculo Numérico**
**Professor: Roberto Carlos Antunes Thomé**
**e-mail: rthome@cefet-rj.br**
**homepage: www.rcthome.pro.br**

## LISTA DE EXERCÍCIOS 02

**1)** Utilize 6 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{0,6} \frac{1}{1+x}dx$ usando:

a) Trapézio;
b) Simpson.

**2)** Utilize 10 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{1} cos(x^2)dx$ usando:

a) Trapézio;
b) Simpson.

**3**) Utilize 7 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{1} x^2e^{-x}dx$ usando a Regra do Trapézio:

**4**) Utilize 8 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{1} x^2e^{-x}dx$ usando a Regra de Simpson:

**5**) Utilize 10 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{3} \sqrt{1+x}\, dx$ usando a Regra do Trapézio:

**6**) Utilize 10 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{3} \sqrt{1+x}\, dx$ usando a Regra de Simpson:

**7**) Utilize 5 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_1^{1,5} x^2ln(x)dx$ usando a Regra do Trapézio:

**8**) Utilize 6 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_1^{1,5} x^2ln(x)dx$ usando a Regra de Simpson:

**9**) Utilize 5 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{\pi/4} xsen(x)dx$ usando a Regra do Trapézio:

**10**) Utilize 6 subintervalos para calcular o valor aproximado de $\int_0^{\pi/4} xsen(x)dx$ usando a Regra de Simpson:

**11**) Utilize o Método de Euler com $h = 0,1$ para encontrar o valor de $y(3)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} (x+y)y' &= (x-y) \\ y(2) &= 1 \end{cases}$$

**12**) Utilize Runge-Kutta de segunda ordem com $h = 0,2$ para encontrar o valor de $y(3)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} (x+y)y' &= (x-y) \\ y(2) &= 1 \end{cases}$$

**13**) Utilize Runge-Kutta de terceira ordem com $h = 0,25$ para encontrar o valor de $y(3)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} (x+y)y' &= (x-y) \\ y(2) &= 1 \end{cases}$$

**14**) Utilize Runge-Kutta de quarta ordem com $h = 0,5$ para encontrar o valor de $y(3)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} (x+y)y' &= (x-y) \\ y(2) &= 1 \end{cases}$$

**15**) Utilize Runge-Kutta de quarta ordem com $h = 0,1$ para encontrar o valor de $y(1)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} y' &= -xy \\ y(0) &= 1 \end{cases}$$

**16**) Utilize Runge-Kutta de quarta ordem com $h = 0,1$ para encontrar o valor de $y(3)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} y' &= (x+y)/(x-y) \\ y(2) &= 5 \end{cases}$$

**17**) Utilize Runge-Kutta de quarta ordem com $h = 0,25$ para encontrar o valor de $y(7)$ para o PVI abaixo:

$$\begin{cases} xy' + y &= cos(x) \\ y(4) &= 1 \end{cases}$$

**18**) Considere o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y' &= 2x^3 - 2xy \\ y(0) &= 1. \end{cases}$$

Encontre o valor de $y(1)$ com $h = 0,5$, $h = 0,25$ e $h = 0,1$, utilizando o:

a) Método de Euler;
b) Método de Euler Aperfeiçoado;
c) Método de Runge-Kutta de terceira ordem;
d) Método de Runge-Kutta de quarta ordem.

# Fórmulas Úteis

$*$ Regra do Trapézio: $h = \frac{b-a}{n}$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(b)\right]$$

$*$ Regra de Simpson: $h = \frac{b-a}{n}$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + f(b)\right]$$

$*$ Método de Euler: Dados $y_o$, $h$ e $f(x,y) = y'$, temos:

$$\begin{cases} m_o = hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + m_o \end{cases}$$

$*$ Runge-Kutta de Segunda Ordem: Dados $y_o$, $h$ e $f(x,y) = y'$, temos:

$$\begin{cases} m_o = hf(x_k, y_k) \\ m_1 = hf(x_k + h, y_k + m_o) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2}(m_o + m_1) \end{cases}$$

$*$ Runge-Kutta de Terceira Ordem: Dados $y_o$, $h$ e $f(x,y) = y'$, temos:

$$\begin{cases} m_o = hf(x_k, y_k) \\ m_1 = hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{m_o}{2}) \\ m_2 = hf(x_k + h, y_k - m_o + 2m_1) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{1}{6}(m_o + 4m_1 + m_2) \end{cases}$$

$*$ Runge-Kutta de Quarta Ordem: Dados $y_o$, $h$ e $f(x,y) = y'$, temos:

$$\begin{cases} m_o = hf(x_k, y_k) \\ m_1 = hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{m_o}{2}) \\ m_2 = hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{m_1}{2}) \\ m_3 = hf(x_k + h, y_k + m_2) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{1}{6}(m_o + 2m_1 + 2m_2 + m_3) \end{cases}$$