CEFET/RJ - Cálculo Vetorial

Professor: Roberto Thomé
e-mail: roberto.thome@cefet-rj.br
homepage: www.rcthome.pro.br

<u>LISTA DE EXERCÍCIOS 01</u>

(1) Calcule a integral de linha $\int_c f ds$, onde $f(x,y) = ye^x$ e c é o segmento de reta que liga os pontos $(1,2)$ a $(4,7)$.

* **<u>Resposta</u>** : $\frac{\sqrt{34}}{9}(16e^3 - 1)e$

(2) Calcule a integral de linha $\int_c f ds$, onde $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ e c é a circunferência $x^2 + y^2 = 1$.

* **<u>Resposta</u>** : 2π

(3) Calcule a integral de linha $\int_c f ds$, onde $f(x,y,z) = ysenz$ e c é a hélice circular parametrizada por $r(t) = (cost, sent, t), \ \ 0 \leq t \leq 2\pi$.

* **<u>Resposta</u>** : $\pi\sqrt{2}$

(4) Calcule a integral de linha $\int_c f ds$, onde $f(x,y,z) = x - 3y^2 + z$ e c é o segmento de reta que une a origem ao ponto $(1,1,1)$.

* **<u>Resposta</u>** : 0

(5) Calcule a integral de linha $\int_c f ds$, onde $f(x,y,z) = \frac{x+y+z}{x^2+y^2+z^2}$ e c é o caminho parametrizado por $r(t) = (t,t,t), \ \ 1 \leq t \leq e$.

* **<u>Resposta</u>** : $\sqrt{3}$

(6) Calcule a integral de linha $\int_c \vec{F} \cdot dr$, onde $\vec{F}(x,y) = (x - y, x + y)$ e c é a curva parametrizada por $r(t) = (3t + 2, 5t - 4), \ \ -1 \leq t \leq 1$.

* **<u>Resposta</u>** : 16

(7) Calcule a integral de linha $\int_c \vec{F} \cdot dr$, onde $\vec{F}(x,y,z) = (xy, yz, zx)$ e c é a curva parametrizada por $r(t) = (t, t^2, t^3), \ \ 0 \leq t \leq 1$.

* **<u>Resposta</u>** : $\frac{27}{28}$

(8) Calcule a integral de linha $\int_c xydx + x^2y^3dy$, onde c é o triângulo com vértices nos pontos $(0,0), (1,0)$ e $(1,2)$.

* **<u>Resposta</u>** : $\frac{2}{3}$

(9) Calcule a integral de linha $\int_c \vec{F} \cdot dr$, onde $\vec{F}(x,y) = (x^2, x-y)$ e c é a curva parametrizada por $r(t) = (t, sent)$, $0 \leq t \leq \pi$.

* **Resposta** : $\frac{\pi^3}{3} - 2$

(10) Calcule a integral de linha $\int_c (x+y)\, dx + xy\, dy + z^2\, dz$, onde c é a fronteira da parte do plano $2x + 3y + z = 12$ no primeiro octante.

* **Resposta** : 4

(11) Seja f um campo escalar e F um campo vetorial. Diga se cada expressão tem significado. Em caso negativo, explique por quê. Em caso afirmativo, diga se o resultado é campo escalar ou vetorial.

(a) $rot(f)$	(b) $grad(f)$	(c) $div(F)$	(d) $rot(grad(f))$
(e) $grad(F)$	(f) $grad(div(F))$	(g) $div(grad(f))$	(h) $grad(div(f))$
(i) $rot(rot(F))$	(j) $div(div(F))$	(k) $grad(f) \times div(F)$	(l) $div(rot(grad(f)))$

(12) Considere a integral de linha $\int_c \frac{y}{2} dx - 3kxdy$.

(a) Determine a constante k para que esta integral seja independente do caminho.

(b) Utilizando k encontrado, encontre a função potencial φ, onde $\varphi(0,0) = 1$.

(c) Calcule, utilizando a função potencial, a integral percorrendo de $(0,0)$ a $(2,3)$.

* **Respostas** : (a) $k = -\frac{1}{6}$; (b) $\varphi(x,y) = \frac{xy}{2} + 1$; (c) 3

(13) Considere a integral de linha $\int_c (y^2 - xy)dx + k(x^2 - 4xy)dy$.

(a) Determine a constante k para que esta integral seja independente do caminho.

(b) Utilizando k encontrado, encontre uma função potencial.

(c) Com a função potencial encontrada, calcule a integral percorrendo de $(0,0)$ a $(1,1)$.

* **Respostas** : (a) $k = -\frac{1}{2}$; (b) $\varphi(x,y) = xy^2 - \frac{x^2y}{2} + \alpha$, onde $\alpha \in I\!R$; (c) $\frac{1}{2}$

(14) Considere o campo vetorial $\vec{F} : \Re^3 \longrightarrow \Re^3$ definido por

$$\vec{F}(x,y,z) = \left(e^z, 2yz, xe^z + y^2\right)$$

(a) Mostre que o campo vetorial $\vec{F}$ é conservativo.

(b) Encontre uma função potencial φ para $\vec{F}$.

(c) Calcule o trabalho de $\vec{F}$ ao longo do caminho $r(t) = (cos\, t, sen\, t, t)$, com $t \in [0, 2\pi]$.

* **Respostas** : (a) $rot(\vec{F}) = (0,0,0)$; (b) $\varphi(x,y,z) = xe^z + y^2z + k$; (c) $e^{2\pi} - 1$